

# Matematica III

Docente: Giulio Galise

CdL in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni, A.A. 2021/2022

## Esercitazione 6

**Esercizio 1.** Sia  $f(x, y) = x^2 + y^2 + \sin y$ . Verificare che l'equazione  $f(x, y) = 0$  definisce implicitamente un'unica funzione  $y = \varphi(x)$  in un intorno di  $(0, 0)$ . Stabilire se  $x = 0$  è un punto critico per  $\varphi$  ed in caso affermativo se è di massimo o minimo relativo.

**Esercizio 2.** Verificare che l'equazione

$$e^z - z^2 - x^3 - y^3 = 0$$

definisce implicitamente un'unica funzione  $z = \varphi(x, y)$  in un intorno di  $(1, 0, 0)$ . Stabilire se la funzione reale di variabile reale  $\psi(x) = \varphi(x, 0)$  è monotona in un intorno di  $x = 1$ .

**Esercizio 3.** Determinare i punti di massimo e minimo assoluto vincolato della funzione  $f(x, y)$  con il vincolo  $g(x, y) = 0$  nei seguenti casi:

(a)  $f(x, y) = xy$ ,  $g(x, y) = x^2 + 4y^2 - 1$

(b)  $f(x, y) = 3x + 4y$ ,  $g(x, y) = x^2 + y^2 - 25$ .

**Esercizio 4.** Determinare il massimo e minimo assoluto di  $f(x, y, z) = xyz^3$  sotto la condizione  $x^2 + 4y^2 + 2z^6 = 6$ .

**Esercizio 5 (Il problema della scatola).** Da un cartone rettangolare di  $12 m^2$  si deve ricavare una scatola senza coperchio, a forma di parallelepipedo rettangolo. Determinare il massimo volume possibile della scatola. Esiste la scatola di volume minimo?

**Esercizio 6.** Determinare

$$\max_{(x,y) \in D} f(x, y) \text{ e } \min_{(x,y) \in D} f(x, y)$$

nei seguenti casi:

(a)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ ,  $D = [-2, 2] \times [-2, 2]$

(b)  $f(x, y) = x^2y + xy^2 - xy$ ,  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$

(c)  $f(x, y) = e^{-|y|} \sin^2 x$ ,  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$

(d)  $f(x, y) = |y - x| + x$ ,  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

**Esercizio 7.** Determinare, se esistono, il massimo e minimo assoluto in  $\mathbb{R}^2$  della funzione

$$f(x, y) = |y - x^2| (e^{-y} + e^{-|x|}).$$